

UNIVERSITE MOSTEFA BEN BOULAID - BATNA 2

FACULTE DE MATH & INFORMATIQUE

DEPARTEMENT SOCLE COMMUN MATH & INFORMATIQUE

MODULE : STRUCTURE MACHINE 2

Corrigé détaillé du TD N°1

Réalisé par :

H. Fedala

N. Alloui

Année universitaire : **2019/2020**

Exercice 1

Utiliser la table de vérité pour démontrer :

$$A+B.C = (A+B).(A+C)$$

On a 3 variables A, B et C $\Rightarrow$ on utilise une table de vérité de 2^3 lignes (8 lignes)

A	B	C	B.C	A+B.C	A+B	A+C	(A+B).(A+C)
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

$$\bar{A}.C + \bar{A}.\bar{B}.\bar{C} = \bar{A}.\bar{B} + \bar{A}.C$$

A	B	C	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$\bar{C}$	$\bar{A}.C$	$\bar{A}.\bar{B}$	$\bar{A}.\bar{B}.\bar{C}$	$\bar{A}.C + \bar{A}.\bar{B}.\bar{C}$	$\bar{A}.\bar{B} + \bar{A}.C$
0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

Utilisons la loi de Morgan et les autres axiomes pour démontrer les égalités suivantes :

$$\overline{(A+B)} . \overline{(\bar{A}+\bar{B})} = 0 ?$$

$$\begin{aligned}
 \overline{(A+B)} . \overline{(\bar{A}+\bar{B})} &= \overline{(A+B)} . \overline{(\bar{A} . \bar{B})} / \bar{A}+\bar{B} = \bar{A} . \bar{B} \\
 &= \overline{(A+B)} . (\bar{A} . \bar{B}) / \overline{\bar{A} . \bar{B}} = \bar{A} . \bar{B} \\
 &= (\bar{A} . \bar{B}) . (\bar{A} . \bar{B}) / \overline{\bar{A}+\bar{B}} = \bar{A} . \bar{B} \\
 &= \bar{A} . \bar{B} . \bar{A} . \bar{B}
 \end{aligned}$$

$$= \bar{A} \cdot A \cdot \bar{B} \cdot B / \bar{B} \cdot A = A \cdot \bar{B}$$

$$= 0 \cdot 0 / \bar{A} \cdot A = \bar{B} \cdot B = 0$$

$$= 0 / 0 \cdot 0 = 0$$

$$\overline{A \cdot B + A \cdot \bar{B}} = \overline{A \cdot B + \bar{A} \cdot \bar{B}} ?$$

$$\overline{A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B} = \overline{A \cdot \bar{B}} \cdot \overline{\bar{A} \cdot B} / \overline{X+Y} = \bar{X} \cdot \bar{Y} \text{ avec } X = A \cdot \bar{B} \text{ et } Y = \bar{A} \cdot B$$

$$= (\overline{A + \bar{B}}) \cdot (\overline{\bar{A} + B}) / \overline{X \cdot Y} = \bar{X} + \bar{Y} \text{ avec } X = A \text{ et } Y = \bar{B} ; X = \bar{A} \text{ et } Y = B$$

$$= (\bar{A} + B) \cdot (A + \bar{B}) / \bar{B} = B \text{ et } \bar{A} = A$$

$$= ((\bar{A} + B) \cdot A) + ((\bar{A} + B) \cdot \bar{B}) / \text{Distributivité de ET } (.)$$

$$= (\bar{A} \cdot A + B \cdot A) + (\bar{A} \cdot \bar{B} + B \cdot \bar{B}) / \text{Distributivité de ET}$$

$$= (0 + A \cdot B) + (\bar{A} \cdot \bar{B} + 0) / \bar{A} \cdot A = 0 \text{ et } B \cdot \bar{B} = 0$$

$$= 0 + A \cdot B + \bar{A} \cdot \bar{B} + 0$$

$$= \overline{A \cdot B + \bar{A} \cdot \bar{B}} / 0 + X = X \text{ avec } X = A \cdot B + \bar{A} \cdot \bar{B}$$

$$\overline{A \cdot B + B \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}} = \bar{B} ?$$

$$A \cdot B + B \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} = B \cdot (A + C + \bar{A} \cdot \bar{C}) / \text{Mise en facteur de B}$$

$$= B \cdot \overline{(A + C + \bar{A} \cdot \bar{C})} / A + C = \overline{\bar{A} + \bar{C}}$$

$$= B \cdot \overline{(\bar{A} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{C})} / \overline{A + C} = \bar{A} \cdot \bar{C}$$

$$= B \cdot (\bar{X} + X) / \text{On pose : } \bar{A} \cdot \bar{C} = X$$

$$= B \cdot 1 / \bar{X} + X = 1$$

$$= \bar{B} / B \cdot 1 = 1 \cdot B = B$$

$$\overline{(\bar{A} \cdot \bar{B}) \cdot (A + \bar{A} \cdot B) + \bar{C} + \bar{D} + \overline{C \cdot D}} = \overline{C \cdot D} ?$$

$$(\bar{A} \cdot \bar{B}) \cdot (A + \bar{A} \cdot B) + \bar{C} + \bar{D} + \overline{C \cdot D} = (\bar{A} \cdot \bar{B}) \cdot (A + B) + \bar{C} + \bar{D} + \overline{C \cdot D} / A + \bar{A} \cdot B = A + B$$

$$= (\overline{A + B}) \cdot (A + B) + \bar{C} + \bar{D} + \overline{C \cdot D} / \bar{A} \cdot \bar{B} = \overline{A + B}$$

$$= \bar{X} \cdot X + \bar{C} + \bar{D} + \overline{C \cdot D} : \text{On pose } A + B = X$$

$$= 0 + \bar{C} + \bar{D} + \overline{C \cdot D} / \bar{X} \cdot X = 0$$

$$= 0 + Y / \text{On pose } \bar{C} + \bar{D} + \overline{C \cdot D} = Y$$

$$= Y / 0 + Y = Y$$

$$= \bar{C} + \bar{D} + \overline{C \cdot D} / \text{On remplace Y par } \bar{C} + \bar{D} + \overline{C \cdot D}$$

$$\begin{aligned}
&= \overline{C.D} + \overline{C.D} / \overline{C} + \overline{D} = \overline{C.D} \\
&= X + X / \text{On pose } \overline{C.D} = X \\
&= X / X + X = X \\
&= \overline{C.D} / \text{On remplace } X \text{ par } \overline{C.D}
\end{aligned}$$

Conclusion : Pour démontrer une égalité d'expressions algébriques, il faut utiliser les propriétés et les théorèmes de l'algèbre de Boole.

Attention : Respecter les priorités des parenthèses et des opérateurs logiques.

Exercice 2

1) Ecrire sous la première forme canonique les fonctions définies par les propositions suivantes :

Q1 $F(A, B, C) = 1$ si et seulement si exactement deux des variables A, B, C prennent la valeur 1.

Réponse 1 Pour répondre à la question 'Q1', on utilise une table de vérité :

On a 3 variables A, B et C $\Rightarrow 2^3 = 8$ lignes

On a 3 variables A, B et C et la fonction $F(A,B,C) \Rightarrow 4$ colonnes

Table de vérité avec 4 colonnes et 8 lignes :

les entrées			la sortie
A	B	C	F(A,B,C,D)
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	1
1	0	0	
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	

$\overline{A}.B.C$

$A.\overline{B}.C$

$A.B.\overline{C}$

Dans Q1 $F(A,B,C) = 1$ Si et seulement si exactement deux des variables A, B, C prennent 1 $\Rightarrow$ deux variables en même temps prennent 1

On veut écrire F sous la première forme canonique : 1FNC $\Rightarrow$ on fait alors la somme des produits :

$$F_{1FNC}(A,B,C) = \overline{A}.B.C + A.\overline{B}.C + A.B.\overline{C}$$

Les mintermes

Q2 $F(A, B, C) = 1$ si et seulement si au moins une des variables A, B, C prennent la valeur 1.

Réponse 2 : On utilise toujours une table de vérité comme utilisée dans Q1, mais la sortie $F(A,B,C)$ change, dans Q2, on a :

$F(A,B,C) = 1$ si **au moins une** des variables A, B et C prennent **1** $\Rightarrow$ 1 variable prend 1 ou 2 variables prennent 1 ou 3 variables prennent 1.

Variables d'entrée Variable de sortie

	Variables d'entrée			Variable de sortie
	A	B	C	$F(A,B,C,D)$
	0	0	0	
$\bar{A}.\bar{B}.C$	0	0	1	1
$\bar{A}.B.\bar{C}$	0	1	0	1
$\bar{A}.B.C$	0	1	1	1
$A.\bar{B}.\bar{C}$	1	0	0	1
$A.\bar{B}.C$	1	0	1	1
$A.B.\bar{C}$	1	1	0	1
$A.B.C$	1	1	1	1

$F_{1FNC}(A,B,C) =$

$$\underbrace{\bar{A}.\bar{B}.C}_{\text{Les mintermes}} + \underbrace{\bar{A}.B.\bar{C}} + \underbrace{\bar{A}.B.C} + \underbrace{A.\bar{B}.\bar{C}} + \underbrace{A.\bar{B}.C} + \underbrace{A.B.\bar{C}} + \underbrace{A.B.C}$$

2) Ecrire sous la deuxième forme canonique les fonctions définies par les propositions suivantes :

Q1 $F(A, B, C) = 0$ si et seulement si **exactement une** des variables A, B, C prend la valeur **0**.

Réponse 1 On a 3 variables d'entrée A, B et C et une variable de sortie $F(A,B,C)$, la table de vérité associée est :

Variables d'entrée Variable de sortie

	Variables d'entrée			Variable de sortie
	A	B	C	$F(A,B,C,D)$
	0	0	0	
	0	0	1	
	0	1	0	
$A+\bar{B}+\bar{C}$	0	1	1	0
	1	0	0	
$\bar{A}+B+\bar{C}$	1	0	1	0
$\bar{A}+\bar{B}+C$	1	1	0	0
	1	1	1	

On veut écrire F sous la deuxième forme canonique :

2FNC $\Rightarrow$ on fait alors le produit des sommes :

$$F_{2FNC}(A,B,C) = \underbrace{(A+\bar{B}+\bar{C})}_{\text{Les maxtermes}} . \underbrace{(\bar{A}+B+\bar{C})} . \underbrace{(\bar{A}+\bar{B}+C)}$$

Q2 $F(A, B, C) = 0$ si et seulement si au moins deux des variables A, B, C prennent la valeur 0.

Réponse 2 Deux variables ou plus prennent la valeur 0 puisqu'on a dans Q2 au moins 2 variables prennent 0. On construit alors, la table de vérité associée :

	Variables d'entrée			Variable de sortie
	A	B	C	$F(A,B,C,D)$
$A+B+C$	0	0	0	0
$A+B+\bar{C}$	0	0	1	0
$A+\bar{B}+C$	0	1	0	0
$\bar{A}+B+C$	0	1	1	
	1	0	0	0
	1	0	1	
	1	1	0	
	1	1	1	

$$F_{2FNC}(A,B,C) =$$

$$(A+B+C) \cdot (A+B+\bar{C}) \cdot (A+\bar{B}+C) \cdot (\bar{A}+B+C)$$

Les maxtermes

3) Soit F une fonction booléenne tel que : $F(A,B,C,D) = \sum (0, 1, 3, 5, 7, 9, 10, 11, 13, 15)$ (*)

Q1) Donner la table de vérité de F .

Réponse 1 F est donnée sous forme décimale : A, B, C, D : 4 variables d'entrée

et $F(A,B,C,D)$ une variable de sortie $\Rightarrow$ 5 colonnes. La table de vérité de F est :

	Variables d'entrée				Variable de sortie
N° de ligne	A	B	C	D	$F(A,B,C,D)$
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	
15	1	1	1	1	1

Mettre 1 dans la
ligne 0 de la table



Sachant : $F(A,B,C,D) = \sum (0, 1, 3, 5, 7, 9, 10, 11, 13, 15)$

Mettre 1 dans la
ligne 13 de la table



La ligne 13 dans la table de vérité correspond à :

$$A = 1 ; B = 1 ; C = 0 ; D = 1$$

Q2 Quelle est la forme abrégée pour représenter F ? Représenter F sous cette forme.

Réponse 2 - La forme abrégée de F est constituée de termes représentés par les lignes de F(*).

$$F(A,B,C,D) = \bar{A}.\bar{B}.\bar{C}.\bar{D} + \bar{A}.\bar{B}.\bar{C}.D + \bar{A}.\bar{B}.C.D + \bar{A}.B.\bar{C}.D + \bar{A}.B.C.D + A.\bar{B}.\bar{C}.\bar{D} + A.\bar{B}.C.D + A.B.\bar{C}.\bar{D} + A.B.C.D$$

Q3 Simplifier F par Karnaugh.

Réponse 3 Pour simplifier F, on doit construire le tableau de Karnaugh soit à partir de la table de vérité, soit à partir de F donnée sous forme décimale.

Cas 1 : Utilisation de la forme décimale

Cas 2 : Utilisation de la table de vérité

$$F(A,B,C,D) = \sum (0, 1, 3, 5, 7, 9, 10, 11, 13, 15)$$

	$\bar{A}.\bar{B}$	$\bar{A}.B$	$A.B$	$A.\bar{B}$
$\bar{C}.\bar{D}$	00	01	11	10
$\bar{C}.D$	01	11	13	09
$C.D$	11	15	14	10
$C.\bar{D}$	10	06	07	05

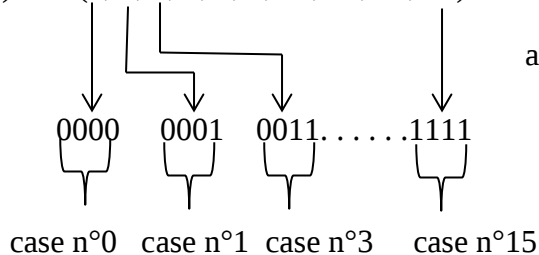
	$\bar{A}.\bar{B}$	$\bar{A}.B$	$A.B$	$A.\bar{B}$
$\bar{C}.\bar{D}$	00	01	11	10
$\bar{C}.D$	01	11	13	09
$C.D$	11	15	14	10
$C.\bar{D}$	10	06	07	05

• Les cases en vert doivent contenir des 1 ;
les autres des 0 :

• On met 1 dans la case qui correspond
à la ligne de la table (voir réponse 1) :

$$F(A,B,C,D) = \sum (0, 1, 3, 5, 7, 9, 10, 11, 13, 15)$$

On met 1 dans les cases correspondantes
aux lignes : 0, 1, 3, 5, 7, 9, 10, 11, 13, 15



On fait les regroupements pour éliminer le maximum de variables. Plus le groupe est grand, plus le nombre de variables éliminées est grand (on supprime la ou les variables qui changent).

	$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}B$	AB	$A\bar{B}$
$\bar{C}\bar{D}$	00	01	11	10
$\bar{C}D$	1	1	1	1
CD	1	1	1	1
$C\bar{D}$				1

On fait la somme logique (+) entre les trois groupes, on obtient :

$$F(A,B,C,D) = \underline{D} + \underline{\bar{A}\bar{B}\bar{C}} + \underline{A\bar{B}C}$$

Conclusion

• Si on remplit la table Karnaugh à partir de la forme décimale de F ou à partir de la table de vérité associée, on obtient le même résultat.

• La fonction F utilisée (voir la réponse 2 (*)) a la forme algébrique : $F(A,B,C,D) = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}CD + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}CD + AB\bar{C}\bar{D} + AB\bar{C}D + ABC\bar{D} + ABCD$

La simplification par la méthode de Karnaugh nous a donné :

$$F(A,B,C,D) = \underline{D} + \underline{\bar{A}\bar{B}\bar{C}} + \underline{A\bar{B}C}$$

Exercice 3 :

Simplifier par la méthode de Karnaugh les fonctions booléennes suivantes :

1) Fonction à 3 variables A, B, C

F est définie par :

$$F(A,B,C) = \underline{\bar{A}\bar{B}C} + \underline{\bar{A}B\bar{C}} + \underline{A\bar{B}\bar{C}}$$

	$\bar{C}$	C
$\bar{A}\bar{B}$	00	1
$\bar{A}B$	1	
$A\bar{B}$	1	
AB	10	

	$\bar{C}$	C
$\bar{A}\bar{B}$	00	1
$\bar{A}B$	1	
$A\bar{B}$	1	
AB	10	

$$F(A,B,C) = \underline{\bar{A}\bar{B}C} + \underline{B\bar{C}}$$

2) Fonction à 3 variables A, B, C

F est définie par :

$$F(A,B,C) = \bar{A}.B.\bar{C} + \bar{A}.B.C + A.B.\bar{C}$$



	$\bar{A}.\bar{B}$	$\bar{A}.B$	$A.B$	$A.\bar{B}$
$\bar{C}$	00	01	11	10
0		1	1	
1		1		



	$\bar{A}.\bar{B}$	$\bar{A}.B$	$A.B$	$A.\bar{B}$
$\bar{C}$	00	01	11	10
0		1	1	
1		1		

$$F(A, B, C) = \bar{A}.B + B.\bar{C}$$

3) Fonction à 3 variables A, B, C

F est définie par :

$$F(A,B,C) = \bar{A}.\bar{B}.\bar{C} + \bar{A}.B.\bar{C} + \bar{A}.B.C + A.\bar{B}.\bar{C} + A.\bar{B}.C$$



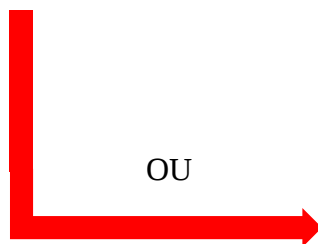
	$\bar{A}.\bar{B}$	$\bar{A}.B$	$A.B$	$A.\bar{B}$
$\bar{C}$	00	01	11	10
0	1	1		1
1		1		1



	$\bar{A}.\bar{B}$	$\bar{A}.B$	$A.B$	$A.\bar{B}$
$\bar{C}$	00	01	11	10
0	1	1		1
1		1		1

$$F(A, B, C) = \bar{A}.\bar{C} + \bar{A}.B + A.\bar{B}$$

OU



	$\bar{A}.\bar{B}$	$\bar{A}.B$	$A.B$	$A.\bar{B}$
$\bar{C}$	00	01	11	10
0	1	1		1
1		1		1

$$F(A, B, C) = \bar{B}.\bar{C} + \bar{A}.B + A.\bar{B}$$

4) Fonction à 4 variables A, B, C, D

F est définie par :

$$F(A,B,C,D) = \bar{A}.B.C.\bar{D} + \bar{A}.B.C.D + \bar{A}.B.C.D + \bar{A}.B.C.D + A.B.C.\bar{D} + A.B.C.D + A.B.C.D$$



	$\bar{A}.\bar{B}$	$\bar{A}.B$	$A.B$	$A.\bar{B}$
$\bar{C}.\bar{D}$	1		1	1
$\bar{C}.D$		1		
$C.D$		1		
$C.\bar{D}$	1			1



	$\bar{A}.\bar{B}$	$\bar{A}.B$	$A.B$	$A.\bar{B}$
$\bar{C}.\bar{D}$	1		1	1
$\bar{C}.D$		1		
$C.D$		1		
$C.\bar{D}$	1			1

$$F(A,B,C,D) = \bar{B}.\bar{D} + A.\bar{C}.\bar{D} + \bar{A}.B.D$$

5) Fonction à 2 variables A, B

F est définie par :

$$F(A,B) = \sum (0, 1, 3) : F \text{ sous forme décimale}$$



	$\bar{A}$	A
$\bar{B}$	1	
B	1	1



	$\bar{A}$	A
$\bar{B}$	1	
B	1	1

$$F(A, B, C) = \bar{A} + B$$

6) Fonction à 4 variables A, B, C, D

F est définie par :

$$F(A,B,C,D) = \sum (2, 5, 7, 11, 13, 15)$$



	$\bar{A}.\bar{B}$	$\bar{A}.B$	$A.B$	$A.\bar{B}$
$\bar{C}.\bar{D}$				
$\bar{C}.D$		1	1	
$C.D$		1	1	1
$C.\bar{D}$	1			



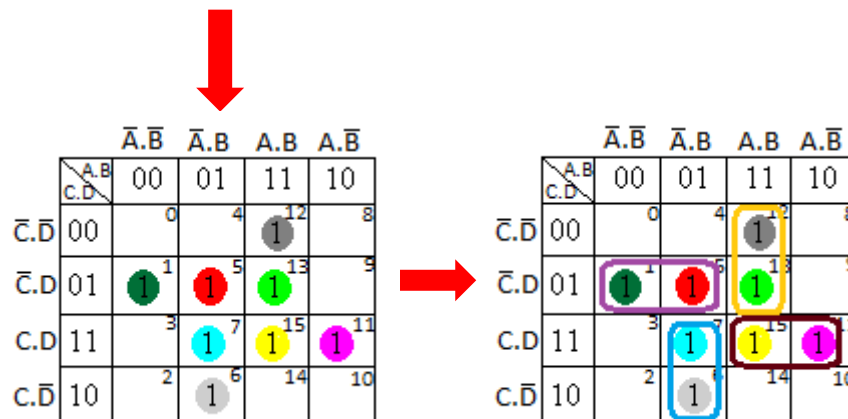
	$\bar{A}.\bar{B}$	$\bar{A}.B$	$A.B$	$A.\bar{B}$
$\bar{C}.\bar{D}$				
$\bar{C}.D$		1	1	
$C.D$		1	1	1
$C.\bar{D}$	1			

$$F(A,B,C,D) = B.D + A.C.D + \bar{A}.\bar{B}.C.\bar{D}$$

7) Fonction à 4 variables A, B, C, D

F est définie par :

$F(A,B,C,D) = \Sigma (1, 5, 6, 7, 11, 12, 13, 15)$: F sous forme décimale



$$F(A,B,C,D) = \bar{A}.B.C + \bar{A}.\bar{C}.D + A.B.\bar{C} + A.C.D$$

Conclusion

La simplification de Karnaugh permet de réduire au maximum le nombre de termes, les variables et les opérateurs.

Exercice 4 :

Question : Donner la forme canonique adéquate des fonctions suivantes :

- $F1(a,b,c) = a + \bar{b}.c$
- $F1(a,b) = a + b$
- $F1(a,b,c,d) = a.b.c + a.\bar{b}.c.d$
- $F1(a,b,c,d,e) = a.b.c.d.e$

Réponse

Rappel: Il existe deux formes canoniques d'une fonction logique :

• Première forme

Union (ou) logique des mintermes. Les mintermes ne doivent pas être répétés.

Exemple 1:

Soit f une fonction logique avec 3 variables a, b, c :

$$F(a,b,c) = a.b.c + a.\bar{b}.c + a.\bar{b}.\bar{c} + \bar{a}.b.\bar{c}$$

✓ f est composée de 4 termes reliées par ou (+)

✓ chaque terme de f contient toutes les variables a,b,c $\Rightarrow$ les termes sont tous des mintermes.

✓ chaque minterme est unique, il n'y a pas de répétition de mintermes

Conclusion : f est sous sa forme canonique

Exemple 2 :

Soit g une fonction logique avec 3 variables a, b, c :

$$g(a,b,c) = a.b.c + a.\bar{b}.c + a.\bar{b}.\bar{c} + \bar{a}.b$$

✓ g est composée de a.b.c , a. $\bar{b}$.c , a. $\bar{b}$. $\bar{c}$: 3 mintermes et de $\bar{a}.b$ qui n'est pas un minterme car la variable c est absente.

Conclusion : g n'est pas sous sa **première** forme canonique

• Deuxième forme

Intersection (et) logique des maxtermes. Les maxtermes ne doivent pas être répétés.

Exemple1 :

Soit f une fonction logique avec 3 variables a, b, c :

$$F(a,b,c) = (a+b+c) . (a+\bar{b}+c) . (a+\bar{b}+\bar{c}) . (a+b+\bar{c})$$

✓ f est composée de 4 termes reliés entre eux par (et)

✓ chaque terme de f contient toutes les variables a,b,c $\Rightarrow$ les termes sont tous des maxtermes.

✓ chaque maxterme est unique, il n'y a pas de répétition de maxtermes

Conclusion : f est sous sa deuxième forme canonique

Exemple2 :

Soit g une fonction logique avec 4 variables a, b, c, d :

$$g(a,b,c,d) = (\bar{a}+b+\bar{c}+\bar{d}) . (\bar{a}+\bar{b}+c+d) . (a+\bar{c}+\bar{d}) . (\bar{a}+b+c+d)$$

✓ g est composée de 4 termes

✓ le 3^{ème} terme de g : $a+\bar{c}+\bar{d}$ n'est pas un maxterme car il ne contient pas la variable b.

Conclusion : g n'est pas sous sa **deuxième** forme canonique

Exemple3 :

Soit h une fonction logique avec 3 variables a, b, c :

$$F(a,b,c) = (\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}) \cdot (a + b + c) \cdot (\bar{a} + \bar{b} + c) \cdot (a + \bar{b} + c)$$

✓ h est composée de 4 termes

✓ chaque terme de h contient toutes les variables a,b,c $\Rightarrow$ les termes sont tous des maxtermes.

✓ le maxterme $(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c})$ est doublé

Conclusion : h n'est pas sous sa **deuxième** forme canonique

Comment trouver la première forme canonique d'une fonction booléenne ?

Les fonctions F_1, F_2, F_3 et F_4 de l'exercice 4 contiennent des termes reliés entre eux par (+)

$\Rightarrow$ on fait un passage à la **première** forme canonique : on utilise un passage canonique.

$$\begin{aligned} F_1(a,b,c) &= a + \bar{b}.c \\ &\downarrow \\ &\bar{b}.c.(a + \bar{a}) = \underbrace{a.\bar{b}.c}_{\text{Minterme}} + \underbrace{\bar{a}.\bar{b}.c}_{\text{Minterme}} \\ &\downarrow \\ a.(b + \bar{b}) &= \underbrace{a.b}_{\text{Minterme}} + \underbrace{a.\bar{b}}_{\text{Minterme}} \\ &\downarrow \\ a.\bar{b}.(c + \bar{c}) &= \underbrace{a.\bar{b}.c}_{\text{Minterme}} + \underbrace{a.\bar{b}.\bar{c}}_{\text{Minterme}} \\ &\downarrow \\ a.b.(c + \bar{c}) &= \underbrace{a.b.c}_{\text{Minterme}} + \underbrace{a.b.\bar{c}}_{\text{Minterme}} \end{aligned}$$

$$F_1(a,b,c) = a.b.c + a.b.\bar{c} + \underline{a.\bar{b}.c} + a.\bar{b}.\bar{c} + \underline{a.\bar{b}.c} + \bar{a}.\bar{b}.c$$

On élimine la répétition du minterme $a.\bar{b}.c$, on obtient :

$$F_1(a,b,c) = a.b.c + a.b.\bar{c} + a.\bar{b}.c + a.\bar{b}.\bar{c} + \bar{a}.\bar{b}.c$$

$$\begin{array}{lcl}
 F_2(a,b) = & \underbrace{a}_{\downarrow} + \underbrace{b}_{\downarrow} & \\
 & \downarrow & \\
 & b.(a+\bar{a}) = \underbrace{a.b}_{\text{Minterme}} + \underbrace{\bar{a}.b}_{\text{Minterme}} & \\
 & \downarrow & \\
 & a.(b+\bar{b}) = \underbrace{a.b}_{\text{Minterme}} + \underbrace{a.\bar{b}}_{\text{Minterme}} & \\
 & \downarrow & \\
 & \text{Minterme} &
 \end{array}$$

$$F_2(a,b) = \underline{a.b} + a.\bar{b} + \underline{a.b} + \bar{a}.b$$

On élimine la répétition du minterme $a.b$, on obtient :

$$\underline{F_2(a,b)} = a.b + a.\bar{b} + \bar{a}.b$$

$$\begin{array}{lcl}
 F_3(a,b,c,d) = & \underbrace{a.b.c}_{\downarrow} + \underbrace{a.\bar{b}.c.d}_{\text{Minterme}} & \\
 & \downarrow & \\
 & a.b.c.(d+\bar{d}) = \underbrace{a.b.c.d}_{\text{Minterme}} + \underbrace{a.b.c.\bar{d}}_{\text{Minterme}} & \\
 & \downarrow & \\
 & \text{Minterme} &
 \end{array}$$

$$\underline{F_3(a,b,c,d)} = a.b.c.d + a.b.c.\bar{d} + a.\bar{b}.c.d$$

$$\begin{array}{lcl}
 F_4(a,b,c,d,e) = & \underbrace{a.b.c.d.e}_{\downarrow} & \\
 & \text{Minterme} &
 \end{array}$$

$$\underline{F_4(a,b,c,d,e)} = a.b.c.d.e$$