

Exercice 01 :

Simplification algébrique des fonctions :

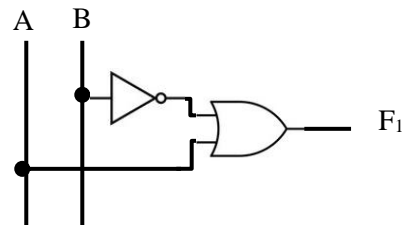
- $F_1(X, Y, Z) = X.Y.\bar{Z} + \bar{X}.Y.Z + \bar{X}.\bar{Y}.\bar{Z} + \bar{X}.\bar{Y}.Z + X.Y.Z + \bar{X}.Y.\bar{Z}$
 $F_1(X, Y, Z) = X.Y.\bar{Z} + X.Y.Z + \bar{X}.Y.Z + X.Y.Z + \bar{X}.\bar{Y}.Z + \bar{X}.\bar{Y}.\bar{Z} + \bar{X}.Y.\bar{Z} + \bar{X}.\bar{Y}.\bar{Z}$
 $F_1(X, Y, Z) = X.Y.(Z + \bar{Z}) + Y.Z.(X + \bar{X}) + \bar{X}.\bar{Y}.(Z + \bar{Z}) + \bar{X}.\bar{Z}.(Y + \bar{Y})$
 $F_1(X, Y, Z) = X.Y.(1) + Y.Z.(1) + \bar{X}.\bar{Y}.(1) + \bar{X}.\bar{Z}.(1)$
 $F_1(X, Y, Z) = X.Y + Y.Z + \bar{X}.\bar{Y} + \bar{X}.\bar{Z}$
- $F_2(A, B, C) = A.\bar{B}.\bar{C} + \bar{A}.\bar{B}.C + \bar{A}.\bar{B}.\bar{C} + \bar{A}.B.\bar{C}$
 $F_2(A, B, C) = A.\bar{B}.\bar{C} + \bar{A}.\bar{B}.\bar{C} + \bar{A}.\bar{B}.C + \bar{A}.\bar{B}.\bar{C} + \bar{A}.B.\bar{C} + \bar{A}.\bar{B}.\bar{C}$
 $F_2(A, B, C) = \bar{B}.\bar{C}.(A + \bar{A}) + \bar{A}.\bar{B}.(C + \bar{C}) + \bar{A}.\bar{C}.(B + \bar{B})$
 $F_2(A, B, C) = \bar{B}.\bar{C}.(1) + \bar{A}.\bar{B}.(1) + \bar{A}.\bar{C}.(1)$
 $F_2(A, B, C) = \bar{B}.\bar{C} + \bar{A}.\bar{B} + \bar{A}.\bar{C}$
- $F_3(A, B, C) = \bar{A}.\bar{B}.C + \bar{A}.B.\bar{C} + A.\bar{B}.C + A.B.\bar{C} + A.B.C + \bar{A}.B.C$
 $F_3(A, B, C) = (A + B + C).(\bar{A} + B + C) \dots$ 2ème Forme Canonique
 $F_3(A, B, C) = B + C$
- $F_4(A, B, C, D) = \sum(2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15)$
 $F_4(A, B, C, D) = (A + B + C + D).(A + B + C + \bar{D}) \dots$ 2ème Forme Canonique
 $F_4(A, B, C) = A + B + C$

Exercice 2 :

1. $F_1(A, B) = A.\bar{B} + \bar{A}.\bar{B} + A.B$

Le logigramme

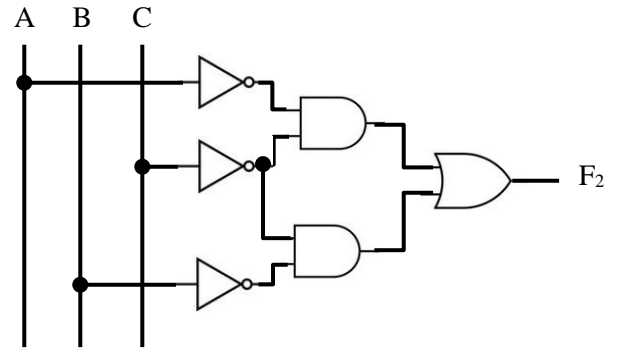
A \ B	0	1
0	1	1
1		1



$$F_1(A, B) = \underline{A} + \underline{\bar{B}}$$

$$2. F_2(A, B, C) = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$$

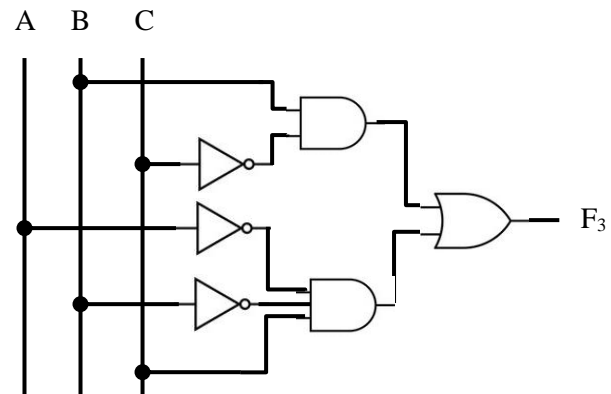
C \ AB	00	01	11	10
0	1	1		1
1				



$$F_2(A, B, C) = \bar{A} \cdot \bar{C} + \bar{B} \cdot \bar{C}$$

$$3. F_3(A, B, C) = \sum(1, 2, 6)$$

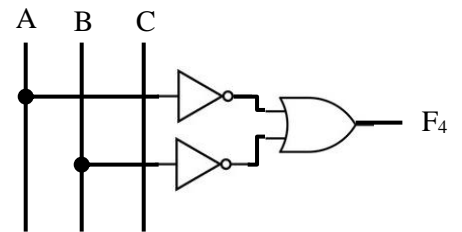
C \ AB	00	01	11	10
0	0	1	1	4
1	1	3	7	5



$$F_3(A, B, C) = B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$$

$$4. F_4(A, B, C) = \sum(0, 1, 2, 3, 4, 5)$$

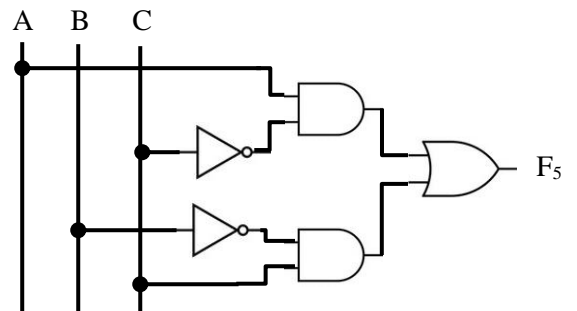
C \ AB	00	01	11	10
0	1	1	6	4
1	1	1	7	5



$$F_4(A, B, C) = \bar{A} + \bar{B}$$

$$5. F_5(A, B, C) = A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C}$$

C \ AB	00	01	11	10
0			1	1
1	1			1

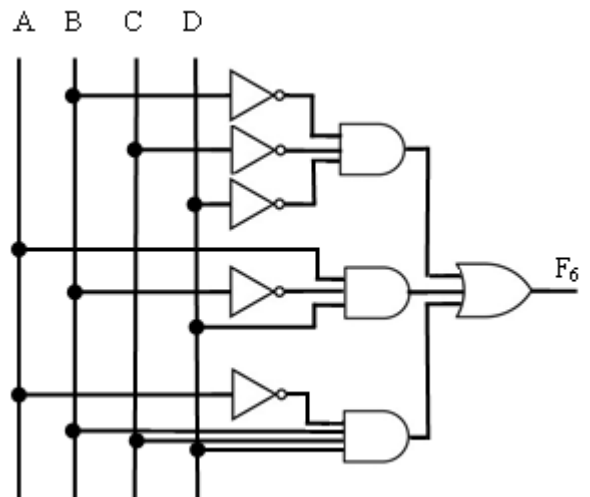


$$F_5(A, B, C) = A \cdot \bar{C} + \bar{B} \cdot C$$

$$6. F_6(A, B, C, D) = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot D + \bar{A} \cdot B \cdot C \cdot D + A \cdot \bar{B} \cdot C \cdot D$$

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01				1
11		1		1
10				

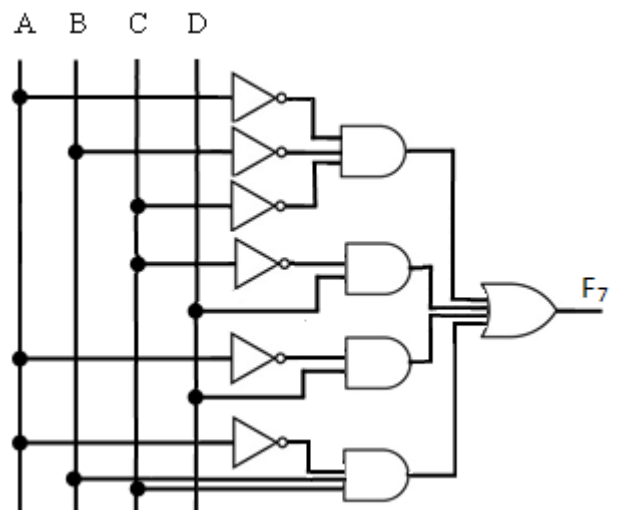
$$F_6(A, B, C, D) = \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + A \cdot \bar{B} \cdot D + \bar{A} \cdot B \cdot C \cdot D$$



$$7. F_7(A, B, C, D) = \sum(0, 1, 3, 5, 6, 7, 9, 13)$$

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			
01	1	1	1	1
11	1	1		
10		1		

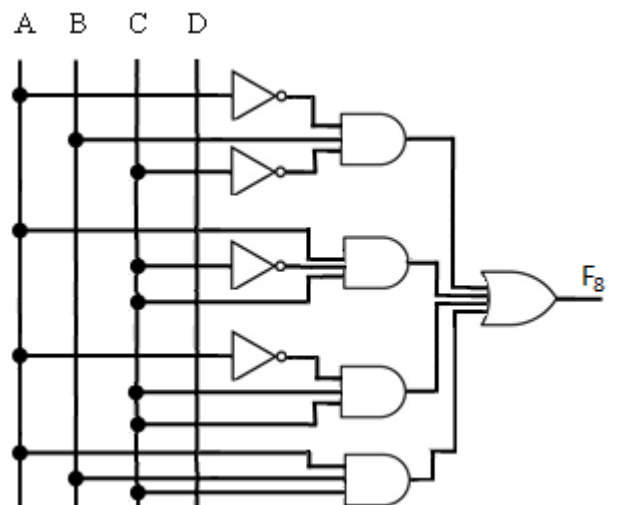
$$F_7(A, B, C, D) = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{C} \cdot D + \bar{A} \cdot D + \bar{A} \cdot B \cdot C$$



$$8. F_8(A, B, C, D) = \sum(3, 4, 5, 7, 9, 13, 14, 15)$$

AB \ CD	00	01	11	10
00		1		
01		1	1	1
11	1	1	1	
10			1	

$$F_8(A, B, C, D) = \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{C} \cdot D + \bar{A} \cdot C \cdot D + A \cdot B \cdot C$$



Exercise 3:

$$F_1 = \bar{A}.B.\bar{C} + A.\bar{B}.\bar{C} + \bar{A}.\bar{B}.C + \bar{A}.B.C + A.\bar{B}.C$$

C \ AB	00	01	11	10
0		1		1
1	1	1		1

$$F_1 = \bar{A}.B + A.\bar{B} + \bar{A}.C$$

Ou

C \ AB	00	01	11	10
0		1		1
1	1	1		1

$$F_1 = \bar{A}.B + A.\bar{B} + \bar{B}.C$$

$$F_2 = \bar{A}.\bar{B}.\bar{C} + \bar{A}.B.\bar{C} + A.B.\bar{C} + \bar{A}.\bar{B}.C + A.B.C + A.\bar{B}.C$$

C \ AB	00	01	11	10
0	1	1	1	
1		1	1	1

$$F_2 = \bar{A}.\bar{B} + B + A.C$$

$$F_3 = \bar{A}.\bar{B}.\bar{C}.\bar{D} + \bar{A}.B.\bar{C}.\bar{D} + A.\bar{B}.\bar{C}.\bar{D} + \bar{A}.\bar{B}.C.\bar{D} + \bar{A}.B.C.\bar{D} + A.\bar{B}.C.\bar{D} + \bar{A}.\bar{B}.\bar{C}.D + \bar{A}.B.\bar{C}.D + \bar{A}.\bar{B}.C.D + \bar{A}.B.C.D + A.\bar{B}.\bar{C}.D + A.\bar{B}.C.D + A.B.\bar{C}.D + A.B.C.D + A.\bar{B}.\bar{C}.\bar{D}$$

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1		1
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10	1			1

$$F_3 = \bar{B} + D + \bar{A}.\bar{C}$$

$$F_4 = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D}$$

A B \ C D	00	01	11	10
00	1		1	1
01				
11				
10	1	1	1	1

$$F_4 = \bar{A}\bar{B} + A\bar{D} + \bar{B}C$$

$$F_5 = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D}$$

A B \ C D	00	01	11	10
00	1			
01	1		1	1
11	1		1	1
10	1			1

$$F_5 = C\bar{D} + A\bar{D} + \bar{B}\bar{D}$$

Exercice 4 :

On considère un circuit logique ayant en entrée 3 interrupteurs : Interrupteur1, Interrupteur2 et Interrupteur3 et en sortie une seule ampoule S.

L'ampoule S s'allume (couleur rouge ou verte) en fonction de l'état des variables I₁, I₂ et I₃ (I₁, I₂ et I₃ représentent respectivement les interrupteurs : Interrupteur1, Interrupteur2 et Interrupteur3).

Les situations suivantes permettent d'allumer l'ampoule S (S=1 : couleur verte) :

1. L'interrupteur 1 peut seul ou avec l'un des deux interrupteurs (interrupteur 2, interrupteur 3) allumer l'ampoule S.
2. Les deux interrupteurs (interrupteur 2, interrupteur 3) peuvent ensemble allumer l'ampoule S.

Travail demandé :

1. Dresser la table de vérité.
2. Simplifier l'équation de la sortie par la méthode de Karnaugh.
3. Tracer le logigramme.

Solution Exercice 4 :

Table de vérité :

I ₁	I ₂	I ₃	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

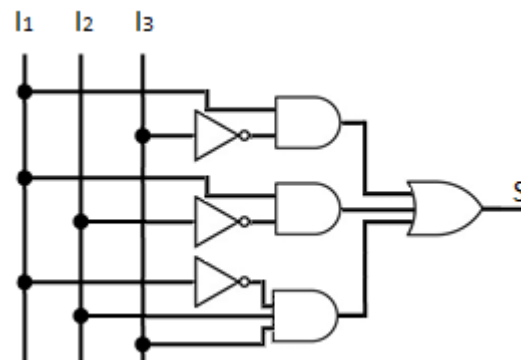
$$S = \bar{I}_1 \cdot I_2 \cdot I_3 + I_1 \cdot \bar{I}_2 \cdot \bar{I}_3 + I_1 \cdot \bar{I}_2 \cdot I_3 + I_1 \cdot I_2 \cdot \bar{I}_3$$

Table de Karnaugh :

I ₁ I ₂ \ I ₃	00	01	11	10
0			1	1
1		1		1

$$S = \underline{I_1 \cdot \bar{I}_3} + \underline{I_1 \cdot \bar{I}_2} + \underline{\bar{I}_1 \cdot I_2 \cdot I_3}$$

Logigramme :



Exercice 5 :

Quatre clés C₁, C₂, C₃ et C₄ commandent l'ouverture d'un coffre.

Les combinaisons d'ouverture du coffre sont :

1. La clé C₁ ou la clé C₂ avec les deux clés C₃ et C₄.
2. La clé C₂ et les clés C₃ et C₄.
3. Les deux clés (C₃ et C₄) avec la clé C₁ ou la clé C₂.

Réaliser le logigramme de ce système.

Remarque : La fonction de sortie prend **1** si le coffre est **ouvert** et prend **0** sinon.

Solution Exercice 5 :

Table de vérité :

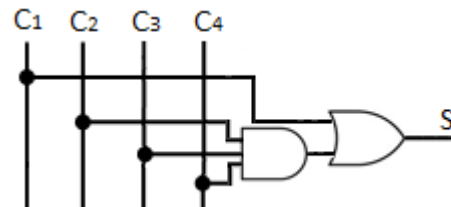
C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

$$S = \bar{C}_1 \cdot C_2 \cdot C_3 \cdot C_4 + C_1 \cdot \bar{C}_2 \cdot \bar{C}_3 \cdot \bar{C}_4 + C_1 \cdot \bar{C}_2 \cdot \bar{C}_3 \cdot C_4 + C_1 \cdot \bar{C}_2 \cdot C_3 \cdot \bar{C}_4 + C_1 \cdot \bar{C}_2 \cdot C_3 \cdot C_4 + C_1 \cdot C_2 \cdot \bar{C}_3 \cdot \bar{C}_4 + C_1 \cdot C_2 \cdot \bar{C}_3 \cdot C_4 + C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 \cdot \bar{C}_4 + C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 \cdot C_4$$

Table de Karnaugh :

C ₁ C ₂ \ C ₃ C ₄	00	01	11	10
00			1	1
01			1	1
11		1	1	1
10			1	1

Logigramme :



$$S = \underline{C_1} + \underline{C_2 \cdot C_3 \cdot C_4}$$