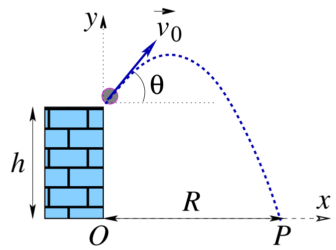
Physique 1 : Exercices de révision avec solution ——— 21 décembre 2021

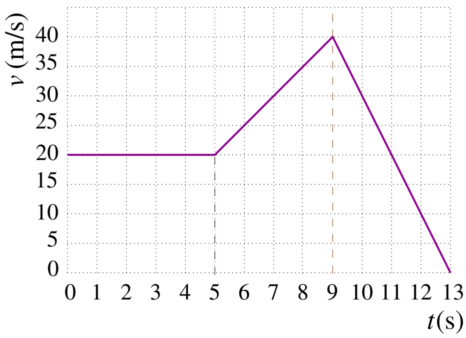
Exercice 1 ($\rightarrow$ *7 points*) : Soient $\vec{u} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ et $\vec{v} = -\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ deux vecteurs de l'espace repérés par rapport à une base orthonormée directe $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Calculer :

a) leur produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v}$.
b) leurs modules u et v.
c) la projection orthogonale (إسقاط عمودي) u_v de $\vec{u}$ sur $\vec{v}$.
d) le produit vectoriel $\vec{u} \times \vec{v}$.
e) l'aire (مساحة) $\mathcal{A}$ du triangle construit sur $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
f) le produit mixte $(\vec{u} \times \vec{v}) \cdot \vec{w}$ avec $\vec{w} = -\vec{k}$.
g) les vecteurs $\vec{w}$, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ pris dans cette ordre forment-ils un trièdre direct ou indirect ? Justifiez votre réponse.

Exercice 2 ($\rightarrow$ *5 points*) :
Un projectile est lancé depuis le toit d'un bâtiment (من سطح مبنى) de hauteur h avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ faisant un angle θ avec l'horizontale (figure ci-contre). Le projectile retombe et touche le sol au point P. **a)** Établir l'expression (R حدد عبارة) de la portée R mesurée par rapport au point O ($R = OP$). **b)** Montrez que pour $h = 0$, l'expression établie en a) se réduit à $R = v_0^2 \sin 2\theta/g$, c'est-à-dire à celle de la portée horizontale.



Exercice 3 ($\rightarrow$ *6 points*) :
Le graphique ci-contre représente (يمثل الرسم البياني المقابل) la vitesse en fonction du temps d'un mobile (جوال) en mouvement rectiligne. Le mouvement comprend 3 phases (ثلاث مراحل) : [0 s, 5 s] ; [5 s, 9 s] et [9 s, 13 s]. **a)** Par simple lecture du graphe, donnez les valeurs de la vitesse v_0, v_5 , v_9 et v_{13} aux instants respectifs $t_0 = 0$ s, $t_5 = 5$ s, $t_9 = 9$ s et $t_{13} = 13$ s. **b)** Quelle est la nature du mouvement (طبيعة الحركة) pour chacune des trois phases ? **c)** Calculez la distance parcourue par le mobile durant la troisième phase.



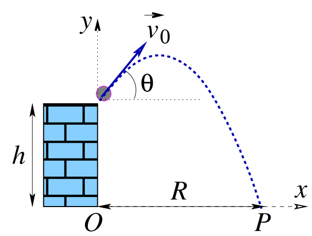
Question ($\rightarrow$ *2 points*) : P et R sont deux grandeurs physiques dimensionnelles et possèdent la même dimension. Dire, en justifiant, si les opérations suivantes sont possibles ou impossibles : **a)** $P - R$; **b)** $P - \sqrt{R}$; **c)** PR ; **d)** $1 - PR$?

——— FiN ——— Bonne chance ———

SOLUTION

Exercice 1 (1 point par question $\Longrightarrow$ total *7 points*) :
a) $\vec{u}\cdot\vec{v} = 1\times(-1)+(-1)\times(-2)+2\times 1 = -1+2+2 = 3$.
b) $u = \sqrt{1^2+(-1)^2+2^2} = \sqrt{6}$; $v = \sqrt{(-1)^2+(-2)^2+1^2} = \sqrt{6}$.
c) Si θ désigne l'angle entre $\vec{u}$ sur $\vec{v}$, la projection orthogonale de $\vec{u}$ sur $\vec{v}$ s'écrit : $u_v = u\cos\theta$. Il vient : $\vec{u}\cdot\vec{v} = uv\cos\theta = [u\cos\theta]v = u_v v \implies u_v = \vec{u}\cdot\vec{v}/v = 3/\sqrt{6}$.
d) $\vec{u}\times\vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 3\vec{i}-3\vec{j}-3\vec{k} = 3(\vec{i}-\vec{j}-\vec{k})$.
e) On sait que $\|\vec{u}\times\vec{v}\|$ donne l'aire du parallélogramme construit sur $\vec{u}$ sur $\vec{v}$. Le triangle construit sur $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est juste la moitié du parallélogramme, donc $\mathcal{A} = \|\vec{u}\times\vec{v}\|/2 = 3\sqrt{3}/2$ unités d'aire.
f) $(\vec{u}\times\vec{v})\cdot\vec{w} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = +3$.
g) Le produit scalaire étant commutatif, on a : $(\vec{u}\times\vec{v})\cdot\vec{w} = \vec{w}\cdot(\vec{u}\times\vec{v})$. Les trois vecteurs $\vec{w}$, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ pris dans cet ordre forment un trièdre direct car que leur produit mixte dans le même ordre est positif.

Exercice 2 (a $\to$ 4 points ; b $\to$ 1 points $\Longrightarrow$ total *5 points*) :
a) On prend l'origine O des axes au niveau du sol. À $t=0$, les coordonnées du projectile sont : $x_0 = 0$ et $y_0 = h$. À uninstant t quelconque, $x = v_0\cos\theta\, t$ (i) et $y = -\mathrm{g}t^2/2 + v_0\sin\theta\, t + h$ (ii). La portée est $R = OP$. En P on a : $y = 0 \implies -\mathrm{g}t^2/2 + v_0\sin\theta\, t + h = 0$ ou ce qui revient au même : $-\mathrm{g}t^2 + 2v_0\sin\theta\, t + 2h = 0$. La résolution en t de cette dernière équation nous donnera l'instant où le projectile attérit au sol. Les deux racines sont : $t_\pm = \frac{v_0\sin\theta\pm\sqrt{v_0^2\sin^2\theta+2\mathrm{g}h}}{\mathrm{g}}$. Mais on remarque que t_+ est positif alors que t_- est négatif et à $t = t_-$ le mouvement n'a pas encore commencé (il a commencé à $t=0$). On rejette donc t_-. Le projectile retombe au sol à $t = t_+$ et à cet instant $x = x_P = v_0\cos\theta\,\frac{v_0\sin\theta+\sqrt{v_0^2\sin^2\theta+2\mathrm{g}h}}{\mathrm{g}} = \frac{v_0\cos\theta v_0\sin\theta}{\mathrm{g}}\left(1+\sqrt{1+\frac{2\mathrm{g}h}{v_0^2\sin^2\theta}}\right) = \frac{v_0^2}{2\mathrm{g}}\sin(2\theta)\left(1+\sqrt{1+\frac{2\mathrm{g}h}{v_0^2\sin^2\theta}}\right)$



b) Pour $h=0$ on a : $R = \frac{v_0^2}{2\mathrm{g}}\sin(2\theta)\,(1+\sqrt{1+0}) = v_0^2\sin(2\theta)/\mathrm{g}$, on retrouve le résultat de la portée horizontale.

Exercice 3 (2 points par question $\Longrightarrow$ total *6 points*) :
a) $v_0 = 20\,\mathrm{m/s}$; $v_5 = 20\,\mathrm{m/s}$; $v_9 = 40\,\mathrm{m/s}$ et $v_{13} = 0\,\mathrm{m/s}$.
b) i- Dans la première phase $[0\,\mathrm{s}, 5\,\mathrm{s}]$, la vitesse ne change pas ($v = 20\,\mathrm{m/s}$), le mouvement est donc uniforme.
ii- Dans la deuxième phase $[5\,\mathrm{s}, 9\,\mathrm{s}]$, la vitesse augmente avec un taux constant de $5\,\mathrm{m/s}$ chaque seconde, c'est un mouvement uniformément accéléré.
iii- Dans la troisième phase $[9\,\mathrm{s}, 13\,\mathrm{s}]$, la vitesse diminue de $10\,\mathrm{m/s}$ chaque seconde, c'est un mouvement uniformément décéléré.
c) L'accélération (qui est en fait une décélération) dans la troisième phase est $a_3 = (-10\,\mathrm{m/s})/\mathrm{s} = -10\,\mathrm{m/s^2}$. Si $\Delta x = x(t_{13}) - x(t_9)$ désigne l'espace parcouru durant la troisième phase, on peut appliquer la relation (voir cours) : $v_{13}^2 - v_9^2 = 2a_3\,\Delta x$. Alors $\Delta x = (v_{13}^2 - v_9^2)/2a_3 = (0^2-40^2)/2(-10) = 80\,\mathrm{m}$, c'est la distance parcourue dans la troisième phase.

Question (1/2 point par question $\Longrightarrow$ total *2 points*) : a) L'opération $P-R$ est possible car les deux grandeurs ont même dimension ; b) L'opération $P-\sqrt{R}$ est impossible car $\sqrt{R}$ n'a pas la même dimension que P. c) L'opération PR est possible car on peut toujours multiplier des grandeurs physiques de dimensions quelconques. d) L'opération $1-PR$ est impossible car PR a une dimension alors que 1 est adimensionnel.