Université Batna2 **1$^{\text{eère}}$ année Math & INF**

Socle commun Math & INFI **TD 1 Structure Machine** **2021/2022**

Exercice 1:

a) Soient A, B et C trois variables booléennes. Pour chaque exemple donné ci-dessous, utiliser une table de vérité pour démontrer l'égalité entre deux expressions logiques.

1) $\overline{A}+\overline{B} = \overline{A.B}$
2) $A+\overline{A}.B = A+B$
3) $(A+B).(\overline{A}.\overline{B}) = 0$
4) $A.C + A.\overline{C} + B.C + B.\overline{C} = A+B$

b) Représenter les deux expressions booléennes suivantes, en utilisant la table de vérité :

$S_1 = A + B.C$ $\quad$ $S_2 = (A+B).(A+C)$

Que remarquez-vous ? Que peut-on conclure ?

Exercice 2:

Simplifier les expressions S_1, S_2, S_3 et S_4 en utilisant les propriétés de l'algèbre de Boole.

1) $S_1 = \overline{A}.B + A.\overline{B} + A.B$
2) $S_2 = B + A.B + B.C + C$
3) $S_3 = (B + \overline{B}.A).C + A.B.\overline{C}$
4) $S_4 = (A+C).(A+\overline{B}).(A+\overline{C})$

Exercice 3 :

1) Donner la première forme canonique des fonctions suivantes en utilisant la table de vérité :

a. $F_1(A,B,C) = (\bar{A} + \overline{B}).(B + \bar{C})$

b. $F_2(A,B,C,D) = A.\bar{C}.D + \bar{A}.B.\bar{D}$

c. $F_3(A,B,C) = \sum(1,2,7)$

d. $F_4(A,B,C,D) = \sum(0,3,6,9,10,13)$

2) Donner la deuxième forme canonique des fonctions suivantes en utilisant la table de vérité :

a. $H_1(A,B,C) = \bar{A}.B + \bar{B}.\bar{C} + A.B.\bar{C}$

b. $H_2(A,B,C,D) = A.B.C + \bar{A}.\bar{B}.C + B.\bar{D} + A.D$

c. $H_3(A,B,C) = \prod(1,2,4,5,6)$

d. $H_4(A,B,C,D) = \prod(4,7,12,14,15)$

3) Soient les tables de vérité suivantes :

A	B	C	D	F (A,B,C,D)
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

A	B	C	H (A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

a. Donner la première forme canonique de F et la deuxième forme canonique de H.
b. A partir de la table de vérité, déduire la simplification de chaque fonction.
c. Démontrer l'exactitude de la simplification obtenue en utilisant les propriétés algébriques.

Exercice 4 :

1. Écrire sous la première forme canonique les fonctions définies par les propositions suivantes :

- **F(A,B,C)= 1** si et seulement si exactement deux des variables A, B, C prennent la valeur 1
- **F(A,B,C)= 1** si et seulement si les variables A, B, C prennent la valeur 1
- **F(A,B,C)= A+B.C**

2. Écrire sous la deuxième forme canonique les fonctions définies par les propositions suivantes :

- **F(A,B,C)= 0** si et seulement si exactement une des variables A, B, C prend la valeur 1
- **F(A,B,C)= 0** si et seulement si au moins deux des variables A, B, C prennent la valeur 0
- **F(A,B,C)= C.(B+A+C)**

Exercice 5 : En utilisant les théorèmes de Morgan :

1. Vérifier que les compléments des fonctions :

- $F_1 = A.B + \bar{C}$
- $F_2 = (A + B.C).(\bar{A}.B + C)$

Sont :

- $\overline{F_1} = (\bar{A} + \bar{B}).C$
- $\overline{F_2} = \bar{C} + \bar{A}.\bar{B}$

2. Exprimer le complément (l'inverse) de la fonction suivante :

- $F_3 = \bar{A}.\bar{C}.\bar{D} + A.D + \bar{A}.B.C + \bar{A}.\bar{B}.\bar{C}$